

# Uma explicação (sem palavras) sobre o infinito

Osley Leandro de Carvalho

Como pode alguma coisa que é inegavelmente menor do que uma quantidade infinita ser infinita? No começo do século XX o matemático alemão David Hilbert (1862-1943) disse: "O infinito! Nenhum outro conceito estimulou tão profundamente o espírito humano; nenhuma outra idéia estimulou o intelecto de modo tão frutífero, e no entanto nenhum outro conceito precisa ser mais esclarecido do que a idéia do infinito."

Para ajudar a explicar o mistério e as sutilezas do conceito de infinito na matemática, Hilbert criou um exemplo de infinito conhecido como o *Hotel de Hilbert*. Este hotel hipotético tem o desejável atributo de possuir um número infinito de quartos dispostos horizontalmente, um ao lado do outro. Um dia um novo hóspede chega e fica desapontado ao ser informado de que, apesar do tamanho infinito do hotel, todos os quartos estão ocupados. Hilbert, o gerente, pensa um pouco e então garante ao recém-chegado de que vai encontrar um novo quarto para ele. Ele pede a todos os hóspedes que se mudem para o quarto adjacente, de modo que o hóspede do quarto 1 se muda para o quarto 2, o hóspede do 2 se muda para o 3 e assim por diante. Todos que estavam no hotel continuam tendo um quarto, enquanto o recém-chegado pode agora ocupar o quarto número 1, que ficou vago. Isso mostra que o infinito mais um é igual ao infinito. Do mesmo modo, infinito menos um ainda continua sendo infinito, e, de fato, infinito menos um milhão ainda é infinito.

Na noite seguinte Hilbert precisa lidar com um problema ainda maior. O hotel continua cheio quando um veículo infinitamente grande chega com um número infinito de hóspedes. Hilbert não se deixa abalar e esfrega as mãos de contentamento pensando na quantidade infinita de diárias. Ele pede a todos os hóspedes anteriores para que se mudem para os quartos cujos números sejam o dobro do número do quarto anterior. Assim, o hóspede do quarto 1 se muda para o quarto 2, o hóspede do quarto 2 se muda para o quarto 4 e assim por diante. Todos aqueles que se encontravam no hotel continuam alojados e no entanto um número infinito de quartos, os de números ímpares, ficaram vagos para receber os recém chegados. Isto mostra que o dobro do infinito ainda é infinito. E metade do infinto continua sendo infinito.

O hotel de Hilbert sugere que todos os infinitos são igualmente grandes, porque vários infinitos podem ser espremidos no mesmo hotel infinito. O infinito de números pares pode ser igualado pelo infinito de números inteiros. Contudo, alguns infinitos são de fato maiores do que outros. Por exemplo, qualquer tentativa de fazer corresponder, a cada número racional, um número irracional, termina em fracasso, e pode-se realmente provar que o conjunto infinito de números irracionais é maior do que o conjunto infinito de números racionais. Os matemáticos tiveram que desenvolver todo um sistema de nomenclatura para lidar com as escalas variáveis do infinito, e lidar com esse conceito é um dos assuntos mais quentes hoje em dia.