COMPLEXO DE ENSINO ED/HC/FARN

COORDENAÇÃO DO ENSINO MÉDIO

PROF. Agamenon Tavares
Matemática

Função exponencial

- Chamamos de **funções exponenciais** aquelas nas quais temos a variável aparecendo em **expoente.**

- A função f:IR→IR₊ definida por $f(x)=a^x$, com $a \in IR_+$ e $a \neq 1$, é chamada ***função exponencial de base a***. O domínio dessa função é o conjunto IR (reais) e o contradomínio é IR_+ (reais positivos).

Agamenon Tavares

GRÁFICO CARTESIANO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Temos 2 casos a considerar:

➔ quando $a > 1$;

➔ quando $0 < a < 1$.

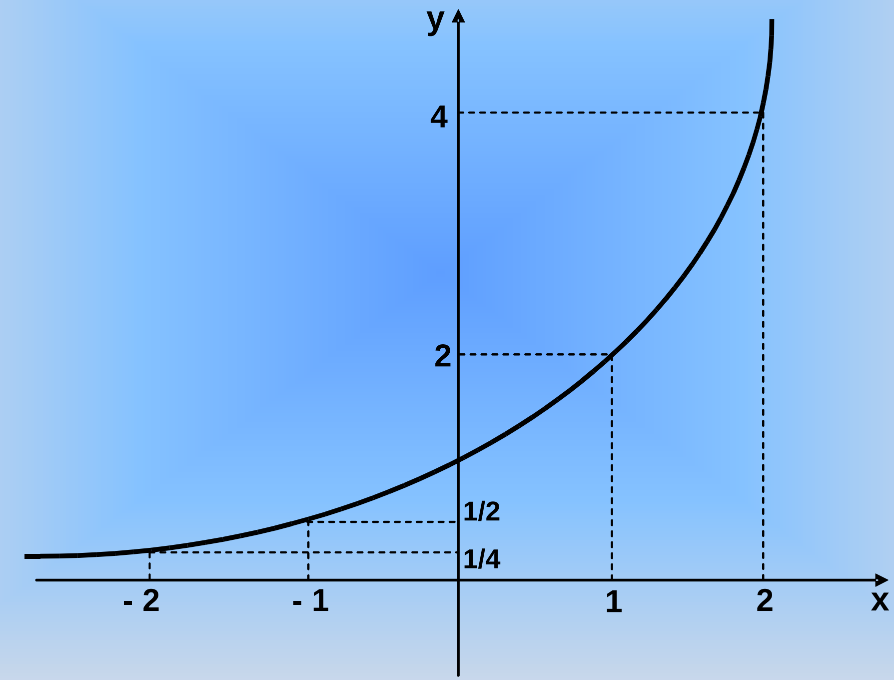
Acompanhe os exemplos seguintes:

$y = 2^x$ (nesse caso, $a = 2$, logo $a > 1$)

Atribuindo alguns valores a **x** e calculando os correspondentes valores de **y**, obtemos a tabela e o gráfico a seguir:

Agamenon Tavares

x	- 2	- 1	0	1	2
y	1/4	1/2	1	2	4



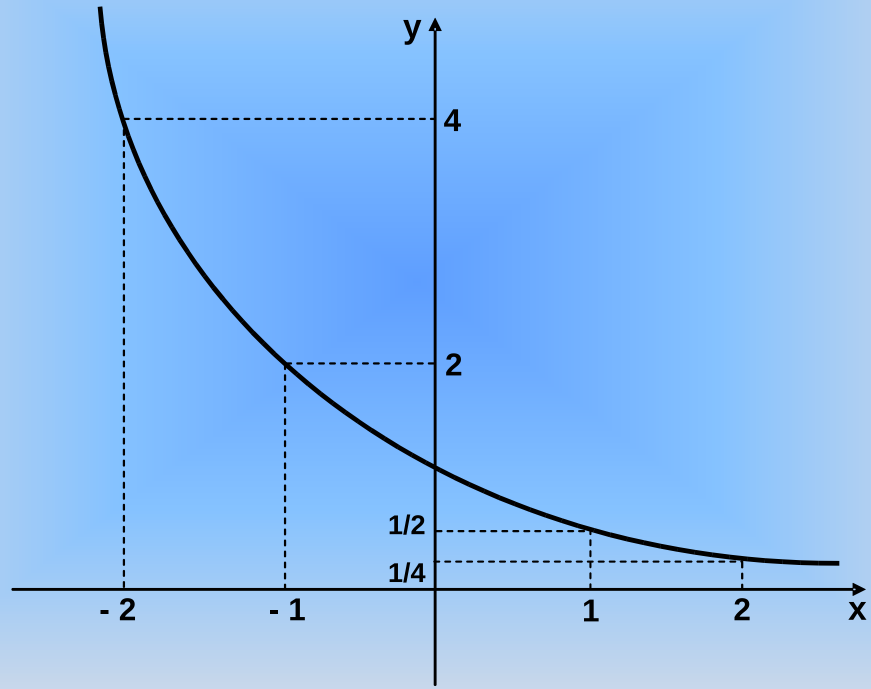
Agamenon Tavares

$y=(1/2)^x$ (nesse caso, $a = 1/2$, logo $0 < a < 1$)

Atribuindo alguns valores a **x** e calculando os correspondentes valores de **y**, obtemos a tabela e o gráfico a seguir:

Agamenon Tavares

x	- 2	- 1	0	1	2
y	4	2	1	1/2	1/4



Agamenon Tavares

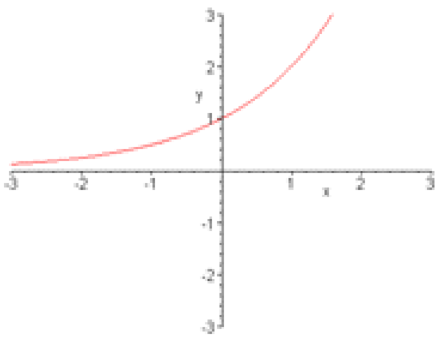
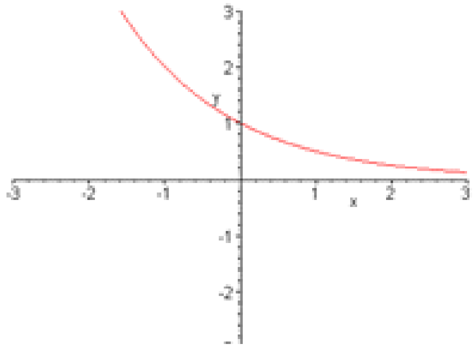
Nos dois exemplos, podemos observar que:

→O gráfico **nunca** intercecta o eixo horizontal; a função não tem raízes (Assíntota no eixo **x)**;

→O gráfico corta o eixo vertical no ponto (0,1);

→Os valores de **y** são **sempre positivos** (potência de base positiva é positiva), portanto o conjunto imagem é Im = IR_+.

Além disso, podemos estabelecer o seguinte:

$a>1$	$0<a<1$
	
f(x) é crescente e Im=IR^+	f(x) é decrescente e Im=IR^+

Agamenon Tavares

<u>EQUAÇÕES EXPONENCIAIS</u>

Chamamos de **equações exponenciais** toda equação na qual a incógnita aparece em **expoente**.

Exemplos de equações exponenciais:

$3^x = 81$ (a solução é $x = 4$)

$2^{x-5} = 16$ (a solução é $x = 9$)

$16^x - 4^{2x-1} - 10 = 2^{2x-1}$ (a solução é $x = 1$)

$3^{2x-1} - 3^x - 3^{x-1} + 1 = 0$ (as soluções são $x' = 0$ e $x'' = 1$)

Para resolver equações exponenciais, devemos realizar dois passos importantes:

1º) redução dos dois membros da equação a potências de mesma base;

2º) aplicação da propriedade:

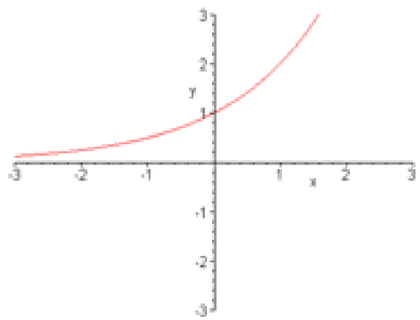
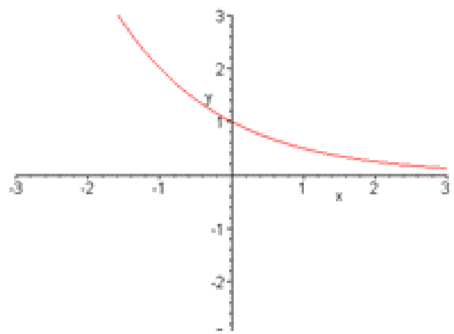
$$a^m = a^n \Rightarrow m = n \quad (a \neq 1 \text{ e } a > 0)$$

Agamenon Tavares

INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Para resolvermos inequações exponenciais devemos:

1. reduzir os dois membros da inequação a potências de mesma base
2. Proceder conforme a ilustração abaixo.

$a>1$	$0<a<1$
	
$f(x)$ é crescente e $Im=IR^+$ Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio: $x_2>x_1 \Rightarrow y_2>y_1$ (as desigualdades têm mesmo sentido)	$f(x)$ é decrescente e $Im=IR^+$ Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio: $x_2>x_1 \Rightarrow y_2<y_1$ (as desigualdades têm sentidos diferentes)

Agamenon Tavares

Portanto, nos exemplos abaixo usaremos essa lógica:

a > 1	**0 < a < 1**
$a^m > a^n \Rightarrow m > n$ (as desigualdades têm mesmo sentido)	$a^m > a^n \Rightarrow m < n$ (as desigualdades têm sentidos diferentes)

1) $3^x > 81$ (a solução é $\mathbf{x} > 4$)

2) $2^{2x-2} \leq 2^{x^2-1}$ (que é satisfeita para todo x real)

3) $\left(\frac{4}{5}\right)^{x} \geq \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (que é satisfeita para $x \leq -3$)

4) $25^x - 150.5^x + 3125 < 0$ (que é satisfeita para $2 < \mathbf{x} < 3$)

Agamenon Tavares

Uma aplicação de função exponencial

Qualquer quantidade de massa do chumbo 210 diminui em função do tempo devido à desintegração radioativa. Essa variação pode ser descrita pela função exponencial dada por $m = m_0 \cdot 2^{-k \cdot t}$. Nessa sentença, **m** é a massa (em gramas) no tempo **t** (em anos), m_0 é a massa inicial e **k** é uma constante real.

Sabendo-se que, após 66 anos, tem-se apenas 1/8 da massa inicial, o valor k é:

a) – 3

b) 1/3

c) – 22

d) 1/22

e) 1/8

Agamenon Tavares